

# 含初始變形平板挫曲強度分析與規範值之比較

李綺芳\*<sup>1</sup> 黃建樺\*

\*中國驗船中心

關鍵詞：初始變形，平板挫曲，CSR-H，有限元素分析，船級規範

## 摘要

在板承受壓縮負荷，負荷達到某一臨界值時，板會發生挫曲，此負荷為板的挫曲強度，即為板受壓縮時的極限強度，通常比板受拉張的極限強度低。因此，平板之極限強度設計必須考慮板的挫曲強度。由於挫曲強度之重要，國際船級協會聯合會(International Association of Classification Societies, IACS)的協調共同結構規範(Harmonised Common Structure Rule, CSR-H)以及各船級協會，如挪威驗船協會(Det Norske Veritas, DNV)的規範等，都對板挫曲有詳細的要求。

為了更了解規範對板挫曲強度要求的技術背景，本文對矩形板進行有限元素分析之挫曲強度計算，計算案例分成四種外力負荷：縱向壓縮負荷、橫向壓縮負荷、剪切負荷及雙軸壓縮負荷。另外，鋼板並非為完美平坦的結構，在製造過程會有火焰切割、銲接，導致板有初始變形(Initial Deflection)，即幾何不完美(Geometrical Imperfection)，因而降低板的挫曲強度。因此，本文在分析中包含此幾何不完美的特性，以取得更符合實際的板挫曲強度。

有限元素分析結果會和 ISSC(International Ship and Offshore Structures Congress) III.1 技術委員會 2012 年之計算結果比較，以確認分析結果合理，再與 CSR-H 及 DNV 規範值做比較，以了解規範之安全係數及挫曲強度制定的技術背景。

## 緒論

各船級協會制定的規範中，針對結構強度的描述性要求不外乎板厚、剖面模數、剪切面積.....等各種寸法要求，而這些都是為了確保結構有足夠的強度來抵抗可能會遭遇到的外力。然而，在使用這些公式時，使用者可能無法清楚了解其背後的意義，及係數決定的方式，故有必要對此做進一步的研究。

由於船舶裝載及船重的不均勻分佈將造成船體樑垂向彎矩，在海上航行時又同時承受波浪彎矩，彎矩使得船體樑呈現舾垂或舾拱狀態，如圖 1。而船體樑在舾垂和舾拱彎矩的作用下，會在船體樑橫剖面產生縱向應力，圖 2 即為舾垂時橫剖面上的正應力分佈，應力為零處為該剖面之中性軸。圖中的板格因此而承受面內拉張力或壓縮力。受到拉張力的

結構構件之極限強度可達到所使用之材料的拉張極限強度，如圖 3 的 B 點；但受壓縮力的構件，依其幾何特性，其挫曲強度常會低於拉張極限強度，所以受壓構件的極限強度為較低的挫曲強度，如圖 3 的 A 點。

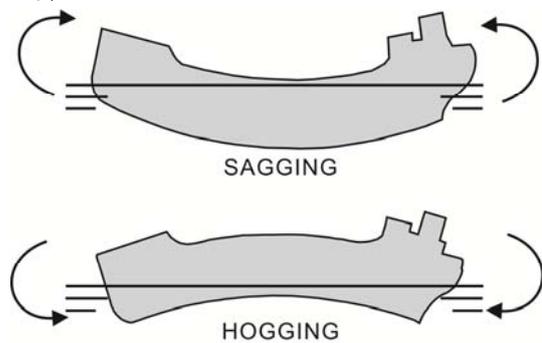


圖 1 舾垂與舾拱

<sup>1</sup> 聯絡作者 李綺芳 (chifang@crclass.org.tw)

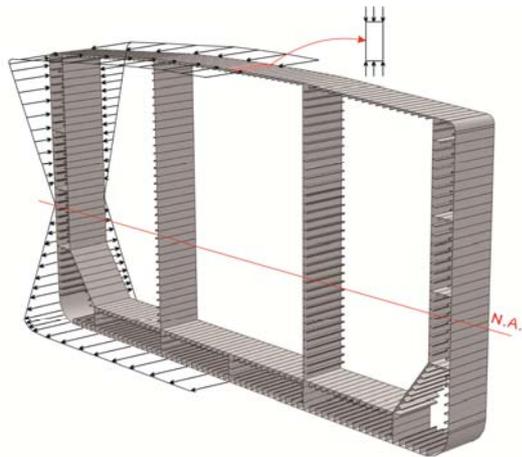


圖 2 舢垂時的船體樑應力

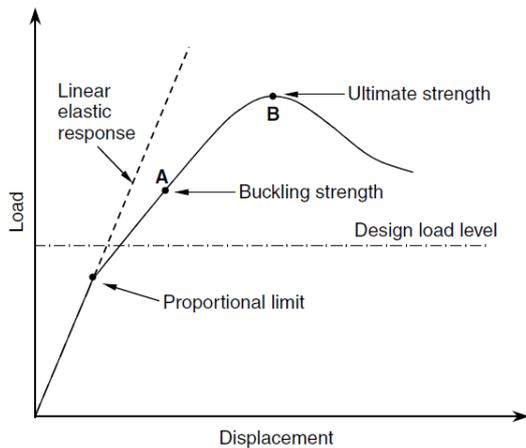


圖 3 結構極限強度設計基準[1]

鋼船船體結構為薄殼結構，板佔有極大的比例，為船體結構基本構材之一，也是規範要求的主要對象。平板抵抗水壓時(面外負荷)，由板的彎曲剛性對抗，可藉由板厚、跨距(Span)和間距(Space)等參數加以控制。板的面內剛性及強度相對之下較大，當承受面內拉張負荷時，其極限強度較易掌握，但承受面內壓縮或剪切負荷時則可能造成挫曲，導致極限強度大幅降低。

各船級協會，如挪威驗船協會(Det Norske Veritas, DNV)的規範[2]等，都對板挫曲有詳細的要求；國際船級協會聯合會(International Association of Classification Societies, IACS)於 2012 年 7 月發表適用於油輪和散裝船之協調共同結構規範(Harmonised Common Structure Rule, CSR-H)之第一版草案[3]，亦針對現行共同結構規範之挫曲要求做進一步的整合與修正。CSR-H 對船體結構之要求可分為描述性要求(Prescriptive requirements)以及使用有限元素分析(FEA)之直接強度分析(Direct strength analysis)兩大

類；需檢核之結構又分為板、補強板、加強材和主支撐構件四類。在公式方式的描述性要求裡，對於板之挫曲只要求考慮船體樑造成之面內應力(包含正應力與剪力)；面外側向壓力(如水壓及貨物壓力)必需在 FEA 裡才予以考量，而且也僅應用於補強板和加強材。故 CSR-H 對板的描述性規定裡，只要求面內壓縮挫曲和承受側向壓力要分別符合；DNV 規範則對平板要求在承受面內壓縮力之後，還要檢視面外壓力不得大於規定值。

為了更了解 CSR-H 及 DNV 板挫曲強度公式的技術背景，本文使用有限元素軟體 ABAQUS 進行板挫曲案例的分析，包含 4 種外力分佈、6 種板厚及是否含有初始變形等參數。將計算結果與 CSR-H 和 DNV 的挫曲強度公式比較

## 板挫曲分析

當平板承受較小的壓縮負荷時，平板可穩定平衡於直接變形模態，即面內變形，變形量與負荷間之關係為板之剛性；但若壓縮負荷增大到某一臨界值，僅靠面內變形無法平衡，平板會突然穩定平衡於別的變形模態下，即以彎撓之形狀來保持穩定平衡，此為平板挫曲，其相對應的壓縮負荷為平板所能承受的最大負荷，即平板的挫曲強度。

文中將分為 4 種受力狀況進行有限元素分析：case 1 為於矩形板施以縱向壓縮負荷(施力於短邊)，如圖 4 (a)；case 2 為於矩形板施以橫向壓縮負荷(施力於長邊)，如圖 4 (b)；case 3 為於矩形板施以剪切負荷，如圖 4 (c)；case 4 為於矩形板施以雙軸壓縮負荷，如圖 4 (d)。此外，並會個別模擬取得板在含初始變形及不含初始變形情況下的挫曲強度。

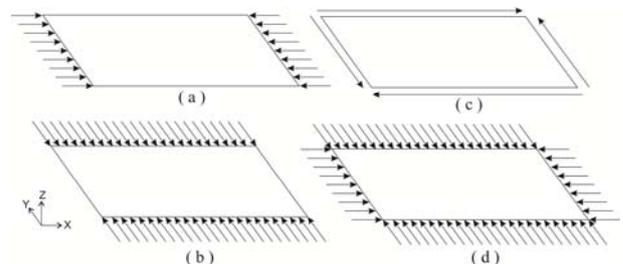


圖 4 矩形板 4 種受力狀況

## 1. 分析對象

本文分析對象參考 ISSC(International Ship and Offshore Structures Congress) III.1 技術委員會 2012

年 9 月提出之研究報告，其中探討平板極限強度時採用的模型[4]，以方便將計算結果與 ISSC 之結果做比較，確認合理性。板的幾何與材料係數如圖 5，共有 6 個不同厚度的板。假設平板四周由加強材所支撐，其邊界設為可內縮之簡支。

Geometric and material properties	
•	Yield stress of plate, $\sigma_{Yp} = 313.6 \text{ N/mm}^2$
•	Elastic modulus, $E = 205800 \text{ N/mm}^2$
•	Poisson's ratio, $\nu = 0.3$
•	Plate length, $a = 2550 \text{ mm}$
•	Plate breadth, $b = 850 \text{ mm}$
•	Plate thickness, $t_p = 9.5, 11, 13, 16, 22, 33 \text{ mm}$
•	Under biaxial compressive loads

圖 5 板的幾何與材料係數[4]

## 2. 初始變形(Initial deflection)

由於鋼板並非完美平坦，在火焰切割、銲接時會造成初始變形，並降低鋼板的結構強度，因此在進行有限元素分析時，必須要包含初始變形的影響，以取得更接近真實情況的板挫曲強度。

板挫曲的初始變形，有兩種模態表示：挫曲模態及瘦馬模態。挫曲模態為板受到各種負荷及邊界條件時，挫曲強度最低之特徵值的模態；瘦馬模態為模擬板在火焰切割、銲接後產生的初始變形。板在挫曲模態的初始變形下，所得的挫曲強度最低，ISSC 板挫曲分析也得到相同結果[4]，故本文以板挫曲模態作為板初始變形計算板挫曲強度。

如圖 6 所示，初始變形以下式之板挫曲模態表示：

$$w_{opt} = A_0 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (1)$$

其中  $a$  為板之長邊， $b$  為板之短邊； $m$ 、 $n$  分別為長邊、短邊的半波數； $A_0$  為波形之振幅，座標軸如圖 4 所示。經由平板理論式子推導，會造成本文案例矩形板最低挫曲強度的模態為 case1： $m=3$ ， $n=1$ ；case2： $m=n=1$ ；case3： $m=2$ ， $n=1$ ；case4： $m=1$ 、 $2$ 、 $3$ (依長短邊軸向負荷的比值而定)。

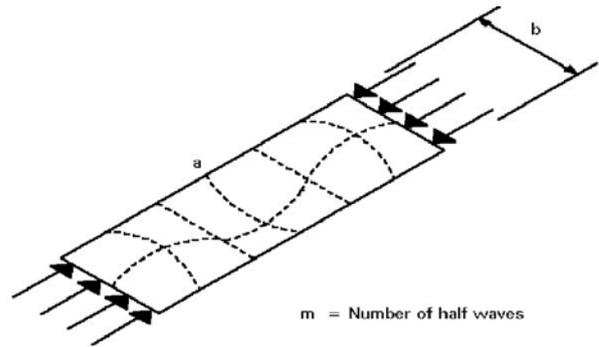


圖 6 板初始變形半波數

初始變形振幅通常會根據設計章程及實際板的統計資料，而事實上，振幅會因板而異。一般來說，振幅會與板細長比 $\beta$ 或 $\beta^2$ 成正比( $\beta$ 如(3)式所示)。表 1 之 $A_0$ 為各個文獻挫曲評估時使用的振幅。

表 1 各個挫曲評估方法使用的振幅

文獻	$A_0$
ISSC-ANSYS(*PNU) [4]	$0.1\beta^2 t$
ISSC-ALPS/ULSAP(*PNU) [4]	$0.1\beta^2 t$
ISO 18072-2 [5]	$0.1\beta^2 t$
DNV/PULS [4]	$b/200$

\*PNU：Pusan National University

表中，DNV 的振幅 $A_0=b/200$ ，與厚度及板細長比無關，只與結構間距相關。此方式較接近檢驗時採用之方式，如同 IACS REC. 47[6]中檢驗接受標準規定平板在肋骨間之變形量不可超過 8mm，亦與厚度、板細長比無關。為與 ISSC 結果比較，本文初始變形振幅採取下式，其中， $t$  為板厚， $\sigma_{Yp}$  為板降伏應力， $E$  為板料材楊氏模數：

$$A_0 = 0.1\beta^2 t \quad (2)$$

$$\beta = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_{Yp}}{E}} \quad (3)$$

## 計算結果比較與討論

以有限元素分析六種不同厚度之矩形板，將計算結果與 ISSC 計算值[4]、DNV 及 CSR-H 規範值32 比較。其中， $\sigma_x$  為施加於矩形板  $x$  方向(長邊方向)的應力， $\sigma_y$  為施加於矩形板  $y$  方向(短邊方向)的應

力， $\tau$  為施加於矩形板的面內剪切應力， $\tau_{Yp}$  為板剪

切降伏應力，取  $\tau_{Yp} = \frac{\sigma_{Yp}}{\sqrt{3}}$ 。

### 1. Case 1：縱向壓縮負荷

矩形板承受縱向(x 方向)壓縮負荷下，有限元素分析得到的挫曲強度無因次化結果如圖 7 的 FEM 及 FEM-INITIAL DEFLECTION，含初始變形的板極限強度皆低於未含初始變形的板極限強度。可知，板初始變形會顯著降低板極限強度，為重要參數，不容忽視之。

ISSC 計算結果[4]如圖 7 的 ANSYS(PNU) with buckling mode deflection，結果與本文含板初始變形的 FEM 分析結果類似，顯示本文的分析結果合理。

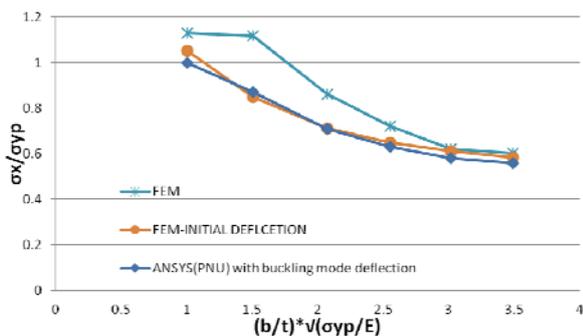


圖 7 Case 1: FEM 與 ISSC 計算結果比較

有限元素分析結果與 CSR-H 規範值比較如圖 8。可知，CSR-H 在未加安全係數時，低於 FEM 未含初始變形的 FEM 分析結果，且兩者趨勢極為類似；CSR-H 加上安全係數後(CSR-H 針對平板承受靜態組合負荷時，給予 0.8 之安全係數，即計算所得之挫曲強度乘以 0.8)，其值皆低於含初始變形的 FEM 分析結果，顯示 CSR-H 的安全係數足夠涵蓋本文設定之初始變形之影響。

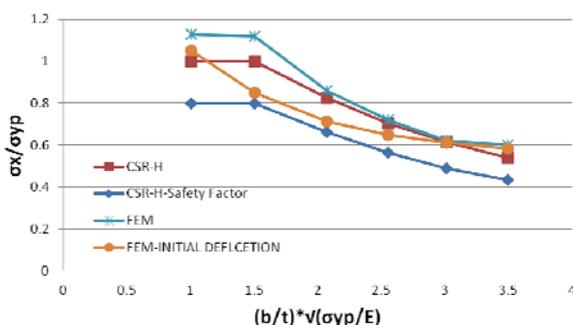


圖 8 Case 1: FEM 與 CSR-H 規範值板挫曲強度比較

矩形板在承受縱向壓縮負荷情況下，有限元素分析結果與 DNV 規範值的比較如圖 9。可知，DNV 在未加安全係數時，其值皆低於未含初始變形的 FEM 分析結果，且與含初始變形的 FEM 分析結果接近，因 DNV 規範值已包含了初始變形之考量，但又不完全相同是因為 DNV 的初始變形振幅與本文所採用者不同；DNV 加上安全係數後(DNV 安全係數為 1.15，即計算所得之挫曲強度除以 1.15)，其值皆低於含初始變形的 FEM 分析結果，亦即可完全涵蓋初始變形之影響。

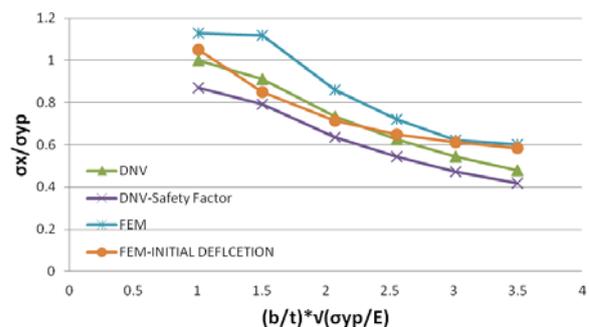


圖 9 Case 1: FEM 與 DNV 規範值板挫曲強度比較

### 2. Case 2：橫向壓縮負荷

有限元素分析結果如圖 10 的 FEM 及 FEM-INITIAL DEFLECTION，其值皆低於 case 1，因於長邊施加應力時，短邊邊界提供之支撐效應較低，使得矩形板受橫向壓縮負荷的挫曲強度較低。如同 case 1 的結果，含初始變形的板極限強度皆低於未含初始變形的板極限強度。

ISSC 計算結果如圖 10 的 ANSYS(PNU) with buckling mode deflection，其與本文含板初始變形的 FEM 分析結果類似，顯示本文的分析結果合理。

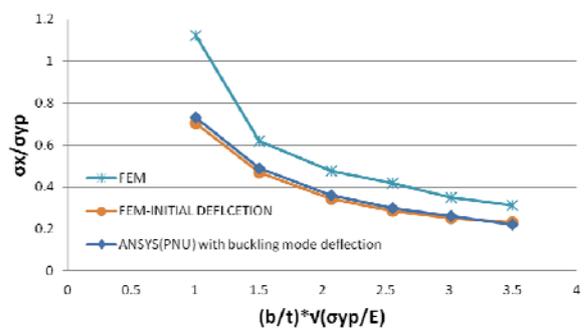


圖 10 Case 2: FEM 與 ISSC 計算結果比較

圖 11 顯示有限元素分析結果與 CSR-H 規範值的比較。可知，CSR-H 在未加安全係數時，其值皆低於未含初始變形的 FEM 分析結果；CSR-H 加上安全係數後，其值不完全低於含初始變形的 FEM 分析結果，但結果很接近。

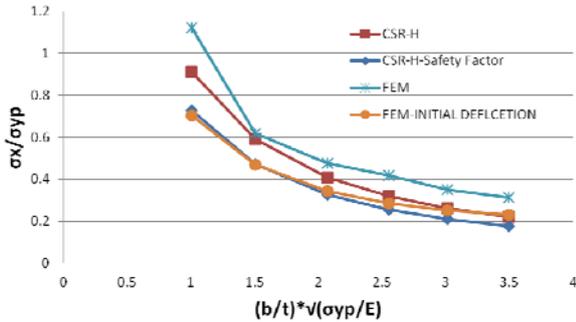


圖 11 Case 2: FEM 與 CSR-H 規範值板挫曲強度比較

如圖 12 顯示有限元素分析結果與 DNV 規範值的比較。可知，DNV 在未加安全係數時，其值皆低於未含初始變形的 FEM 分析結果，且與含初始變形的 FEM 分析結果類似，因 DNV 規範值已包含了初始變形；DNV 加上安全係數後，其值皆低於含初始變形的 FEM 分析結果，亦即可完全涵蓋初始變形之影響。

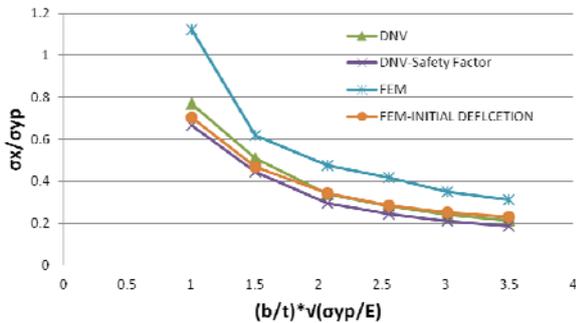


圖 12 Case 2: FEM 與 DNV 規範值板挫曲強度比較

### 3. Case 3：剪切負荷

矩形板承受剪切負荷下，有限元素分析結果如圖 13，在未含初始變形的板極限強度皆達降伏強度，表示板會達到剪切降伏，而不會產生挫曲。如同 case1、case2 的結果，含初始變形的板極限強度，在板厚 16mm、22mm、33mm 之值亦達降伏而未挫曲，表板的結構穩定度夠，不會產生剪切挫曲；而板厚 9.5mm、11mm、13mm 之值皆低於未含初始變

形的板極限強度。

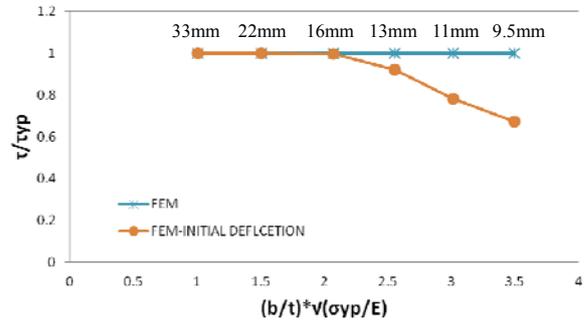


圖 13 Case3: FEM 計算結果

FEM 結果與 CSR-H 規範值的比較如圖 14。可知，CSR-H 未加安全係數時，於板厚 16mm、22mm、33mm 之值與 FEM 結果相同，皆達降伏而未挫曲，而板厚 9.5mm、11mm、13mm 之值皆低於未含初始變形的 FEM 分析結果；CSR-H 加上安全係數後，其值皆低於含初始變形的 FEM 分析結果。

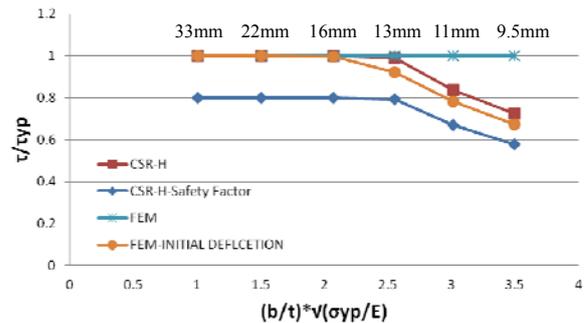


圖 14 Case 3: FEM 與 CSR-H 規範值板挫曲強度比較

FEM 結果與 DNV 規範值的比較如圖 15。可知，DNV 在未加安全係數時，在板厚 16mm、22mm、33mm 之值與 FEM 結果相同，皆達降伏而未挫曲，而板厚 9.5mm、11mm、13mm 之值皆低於未含初始變形的 FEM 分析結果；DNV 加上安全係數後，其值皆低於含初始變形的 FEM 分析結果。

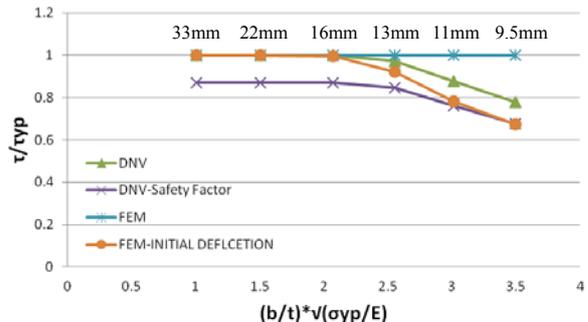


圖 15 Case 3: FEM 與 DNV 規範值板挫曲強度比較

#### 4. Case 4: 雙軸壓縮負荷

矩形板在承受雙軸壓縮負荷情況下，有限元素分析結果如圖 16 的 FEM 及 FEM-INITIAL DEFLECTION，含初始變形的板極限強度皆低於未含初始變形的板極限強度。

ISSC 計算結果[4]如圖 16 之 ISSC buckling mode，與本文含初始變形之 FEM 分析結果類似，顯示本文的分析結果合理。

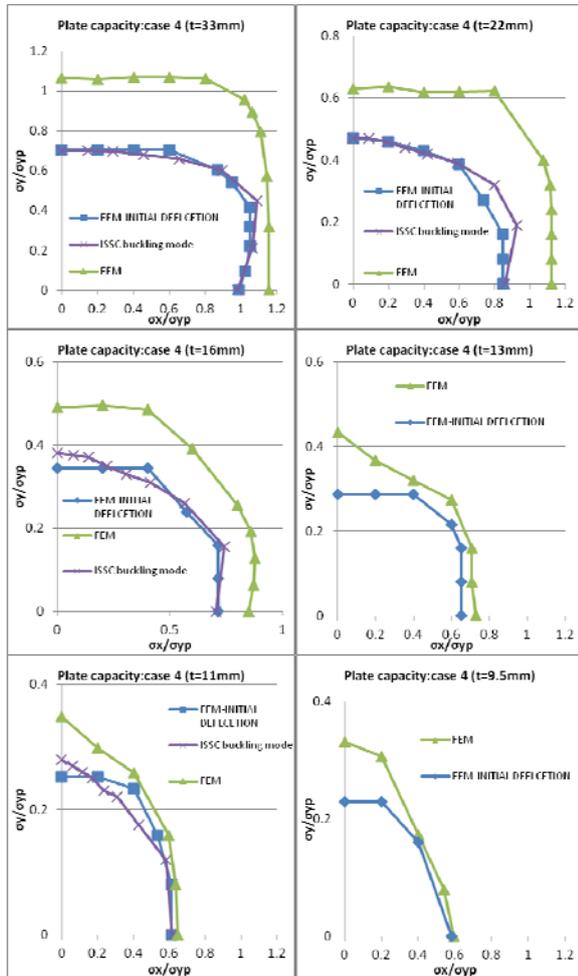


圖 16 Case 4: FEM 與 ISSC 計算結果比較

圖 17 顯示矩形板在承受雙軸壓縮負荷情況下，有限元素分析結果與 CSR-H 規範值的比較。可知，CSR-H 在未加安全係數時，其值皆低於未含初始變形的 FEM 分析結果；CSR-H 加上安全係數後，板厚較厚時( $t=33\text{mm}$ 、 $22\text{mm}$ 、 $16\text{mm}$ )，不完全低於含初始變形的 FEM 分析結果，板厚較薄時( $t=13\text{mm}$ 、

$11\text{mm}$ 、 $9.5\text{mm}$ )，則完全低於含初始變形的 FEM 分析結果。顯示 CSR-H 高估了厚板受雙軸壓縮負荷的挫曲強度。

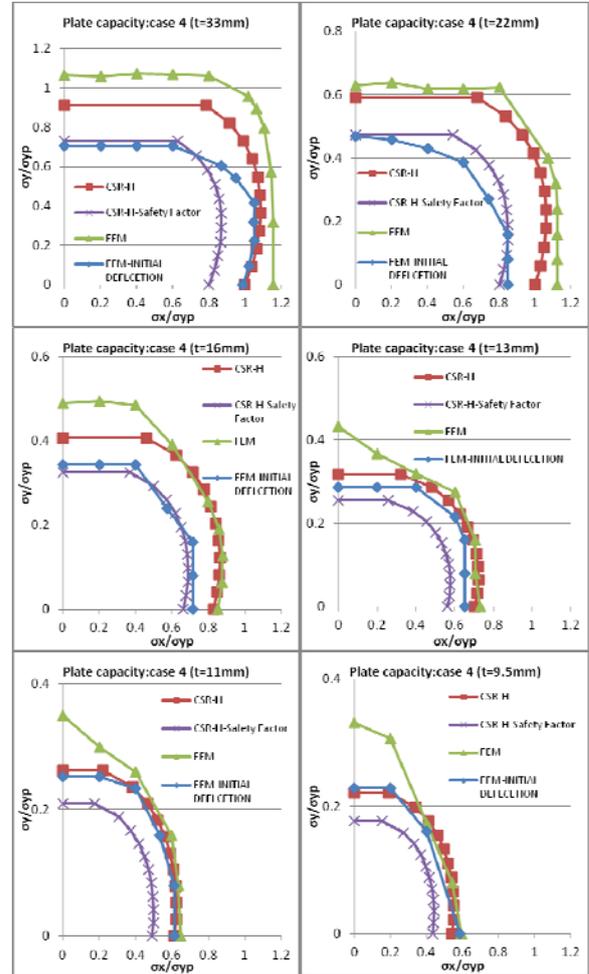


圖 17 Case 4: FEM 與 CSR-H 規範值板挫曲強度比較

如圖 18 顯示矩形板在承受橫向壓縮負荷情況下，有限元素分析結果與 DNV 規範值的比較。可知，DNV 在未加安全係數時，其值皆低於未含初始變形的 FEM 分析結果；DNV 加上安全係數後，除了  $t=22\text{mm}$  的例子外，DNV 挫曲強度皆低於含初始變形之 FEM 分析結果。

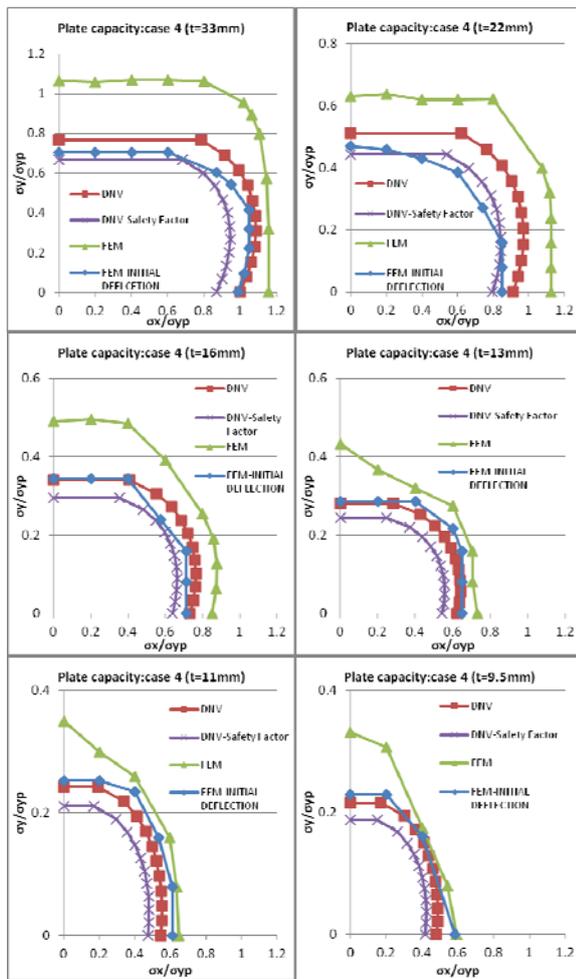


圖 18 Case 4: FEM 與 DNV 規範值板挫曲強度比較

## 結論

本文以有限元素法分析 6 個不同板厚之含與不含初始變形的矩形板，取得 4 種外力型態下之挫曲強度，並與 ISSC 結果比較以確認本文分析法為合理，再與 CSR-H 和 DNV 規範值做比較，以了解規範值的技術背景。

CSR-H 規範值與 FEM 的結果比較中，Case 1 在未加安全係數的 CSR-H 規範值與 FEM 未含初始變形之板極限強度類似，CSR-H 加上安全係數後，其值低於 FEM 含初始變形之板極限強度。Case 2 在未加安全係數時，CSR-H 值皆低於 FEM 未含初始變形的 FEM 分析結果，CSR-H 加上安全係數後，板厚較厚時(t=33mm、22mm)，CSR-H 值不完全低於含初始變形的 FEM 分析結果，板厚較薄時(t=16mm、13mm、11mm、9.5mm)，CSR-H 值則完全低於含初

始變形的 FEM 分析結果，但兩曲線極為接近。Case 3 在未加安全係數時，CSR-H 值皆低於等於 FEM 未含初始變形之板極限強度，加上安全係數後，CSR-H 值皆低於 FEM 含初始變形之板極限強度。Case 4 中，CSR-H 未加安全係數時，其值皆低於未含初始變形的 FEM 分析結果，加上安全係數後，板厚較厚時(t=33mm、22mm、16mm)，CSR-H 值不完全低於含初始變形的 FEM 分析結果，板厚較薄時(t=13mm、11mm、9.5mm)，CSR-H 值則完全低於含初始變形的 FEM 分析結果。結果表示 CSR-H 之安全係數大都可涵蓋初始變形的影響，唯 Case 2、Case 4 會在板厚較厚時，其安全係數無法涵蓋初始變形的影響。

DNV 規範在 Case 2 結果比較中，未加安全係數時，其值皆低於未含初始變形的 FEM 分析結果，且與含初始變形的 FEM 分析結果很接近，因 DNV 規範值已包含了初始變形，但於 Case 1、Case 3、Case 4 中現象並不完全相同，可能是 DNV 之初始變形振幅與本文採用者不同所致；DNV 加上安全係數後，除了 Case 4 t=22mm 的結果外，其餘值皆低於含初始變形的 FEM 分析結果，表示其安全係數幾乎可涵蓋初始變形的影響。

本研究顯示，CSR-H 之安全係數大都可涵蓋初始變形的影響，唯 Case2、Case4 在板厚較厚時，其安全係數無法涵蓋初始變形的影響，其原因可能為厚板的初始變形設定太小。DNV 在加上安全係數後，除了 Case4 板厚 22mm 以外，其餘結果皆表示其安全係數可涵蓋初始變形的影響。

由於鋼板並非假設般完美，火焰切割及銲接會導致初始變形及殘餘應力，並會影響極限強度，有必要對這兩個因素個別進行探討。唯本文主要針對初始變形對板極限強度的影響，未來可在已含初始變形之板的基礎上，再加上殘餘應力，進行不同板厚承受各種負荷下的有限元素分析，探討殘餘應力對極限強度的影響，並與規範值做比較。

## 參考文獻

1. Jeom Kee Paik and Anil Kumar Thayamballi, "Ultimate Limit State Design of Steel-Plated Structures," (January 2006).

2. Det Norske Veritas, "Recommended practice DNV-RP-C201 Buckling Strength of Plated Structures," (October 2010).
3. IACS "Harmonised Common Structure Rule," (1st July 2012).
4. ISSC, "Report of Technical Committee III.1: Ultimate Strength," (September 2012).
5. ISO 18072-2 "Ships and marine technology – Ship structures – Part 2: Requirements for their ultimate limit state assessment," (2010).
6. IACS "REC47 Shipbuilding and Repair Quality Standard," (October 2010).

## **Buckling Analysis of Plates with Initial Deflection and Its Comparison with Rule Requirement**

**C.F. Lee\*<sup>1</sup> C.H. Huang\***

\*China Corporation Register of Shipping

*Keywords: Initial deflection, Buckling of plate, CSR-H, Finite element analysis, Class rules*

### **ABSTRACT**

When subjected to compressive stress, the plate buckles before it reaches ultimate strength; therefore, for plate design based on ultimate limit state, designers must consider buckling strength. Due to the importance of plate buckling strength, CSR-H (Harmonised Common Structure Rule) adopted by IACS(International Association of Classification Societies) and DNV rules both include buckling strength of plate in detailed requirements.

In order to understand the technical background of plate buckling strength requirements from rules, four loading cases will be employed on a rectangular plate by using finite element method. Four cases are a rectangular plate subjected to longitudinal compressive stress, transverse compressive stress, shear stress and biaxial compressive stress. Furthermore, steel plates are typically fabricated by flame cutting and welding which cause initial imperfections in the form of initial distortions, and thus structural capacity would be reduced. Therefore, the imperfections should be involved in finite element analysis to attain more accurate and actual buckling strength of plate.

Finally, the results of finite element analysis will be compared with that of ISSC Technical Committee III.1 to confirm the rationality, and then compared with those of CSR-H and DNV to get insight to the technical background about buckling strengths and safety factors.