

# 任意幾何構型浮體之靜水剖面負荷計算方法

林宗岳\* 陳冠臻\* 施園丞\*\*

\*財團法人中國驗船中心 研究處研發組

\*\*台灣大學 工程科學及海洋工程學系

## 摘要

在船舶與海洋工程領域的應用裡，各種幾何構型因任務執行與安全保障需要計算在靜水中的穩性與強度。傳統用辛普森積分方法計算，沿著某一固定方向切片積分，得到其縱向剖面負荷，經常因為數值方法誤差而無法保持艏和艉為自由端；對於構件方向任意安排之結構物，此縱向積分缺少通用性。本研究針對組成浮體系統的所有單元構件的外殼曲面利用眾多的三角形平面小板加以離散，利用解析的方式精確地計算沒入水中的所有三角形平面小板上承受的靜水壓力；搭配給定之重量分佈，可算得剖面所受之負荷，亦即剪切、壓縮、彎曲、扭轉等四個方向負荷，作為後續結構分析使用或縱向強度校核。本文使用箱形船、單體船、以及雙體船對所建立方法進行展示，於給定設計工况下之計算結果與與商用軟體之結果進行比較，驗證本理論方法的正確性。

關鍵詞：船體彎矩及剪力，剖面負荷，靜浮力，三角化網格

## 引言

船舶安全的兩大支柱為穩度與強度，於國際防止船舶污染公約 (MARPOL) 和船級協會規章裡皆有嚴格的標準。穩度校核之標的指標為扶正力臂，船舶必需在各裝載條件以及完整/破損條件下達到要求[1]，以保證船體不致翻覆。強度校核之標的指標為剖面容許應力，其計算方法為剖面負荷除以剖面模數[2]。以縱向強度來說，艏部 0.4 倍船長內之剖面模數由船體縱向結構材構成，包含：船殼外板、縱向連續之外板加強材、甲板、內底板、縱隔艙壁等；當艏剖面設計完成時即決定剖面模數。容許應力則由材料及其安全係數所決定，以鋼材來說為  $175 \text{ N/mm}^2$ ，安全係數視鋼材強度而定。是故決定船體縱向強度是否足夠之變因僅剩剖面負荷，橫剖面彎矩和剪切通常拆解為靜水彎矩/剪切，以及波浪彎矩/剪切，後者由經驗或規範公式估算，前者依照船殼外形與重量分佈直接計算。

涉及前述穩度與強度直接計算者均為靜水條件，利用船舶外型瘦長形特徵來進行分析，可將船體分割為多段橫剖面，計算每個二維剖面之靜水特性，繪製成龐琴曲線[3]，再組合回三維船型。此類 2.5 維的計算方式可靠且迅速，已廣泛被採納；然而對於形狀特殊者，或剖面方向與瘦長型特徵不平行者，此方法則無法適用。再者，由二維特徵組合成三維特徵，建基於等剖面特性或線性變化，在積分時使用梯形法或辛普森法[4]造成數值誤差，尤以剖面特徵變化劇烈處，如艏艉部或雙體船之縱剖面誤差甚巨。本研究嘗試直接以三維空間進行靜水性能的解析解推導，繞過數值積分法，計算船殼面上之靜水壓力分佈，如下圖 1，一來可用於評估穩度，二來可計算剖面負荷。兩者的理論基礎一致，是為一體的計算方法。

## 數值方法

定義船體座標系統：+X 為艉向艏，+Y 為左舷，+Z 為基線至甲板。座標原點位於艉垂標基線上。依照圖 1 所描述之三個輸入：船殼曲面離散為三角形非構化面網格，要求為簡單封閉之拓撲。第二，剖面定義為橫向 (YZ 平面) 或縱向 (XZ 平面)，每個剖面給定其面上之中性軸座標位置。第三，重量分佈包括質量、橫向/縱向之跨距和重心位置、重心垂向高度等。為了達到靜力平衡，首先需算出給定重量構成之總重量與重心位置，並與浮力和浮心平衡。完成後得到平衡姿勢下的靜壓力分佈；搭配前述重量分佈，經剖面切割後得到剖面負荷。以下簡述靜浮力模型、剖面定義、以及重量分佈模型。

### 1, 靜浮力模型

一浮體於靜水中穩定，依據阿基米德原理，其排開水的重量為浮力，排開水的體積中心為浮心；重量與浮力大小一樣，方向相反，且作用於同一鉛垂線上。此時水平面與封閉浮體幾何相交於水線面，而本方法將浮體幾何離散為三角形網格，如圖 2(左)所示。故三角形與平面之交狀況如圖 2(中)共五種：全沒水、二頂點沒水、一頂點沒水、全出水、以及與平面重合。部分沒水狀況定義變數  $h$ ，表示(一頂點)沒水或(二頂點)出水深度。二頂點沒水之四邊形可由對角頂點連線，劃分為兩個子三角形；一頂點沒水即為一個子三角形。是故所有沒水面皆可拆解為三角形的組合，以式(1)、(2)、(3)計算每個三角形之靜水壓力和作用力中心[5]；加總後得到浮體之總浮力和浮力中心。

考量三角形浮力作用於某一剖面之負荷，需將三角形切割水線面及剖面，如圖 3(左)，共有九種狀況，其中僅有紅色區域需累加至目標剖面，故有四種狀況需考量：完全沒水和完全同側、部分沒水和完全同側、完全沒水和部分同側、以及部分沒水和部分同側等。第二及第三種狀況為三角形切割一次，以前一節方式處理子三角形之靜壓。在第四種狀況中需再進一步區分為五種雙切割：紅色區為三角形、四邊形、及五邊形，視水線面及剖面相對於三角形位置而定。為四邊形者再由對角頂點連線切割為兩個子三角形，為五邊形者由原三角形沒水頂點與其對邊和兩切割線之交點連線切割為三個子三角形，如圖 3(右)。是故所有落於剖面法向側的沒水面仍可拆解為三角形的組合，以式(1)、(2)、(3)計算每個三角形之靜水壓力和作用力中心；加總後得到剖面之力量和力矩。

$$\vec{r}(u, v) = \vec{r}_0 + \vec{r}_{01}u + \vec{r}_{02}v \quad (1)$$

$$\vec{P}_j = \iint_A (\rho g r(u, v)_z) \vec{n}_j dA_j = \rho g r_{c_z} \vec{n}_j A_j \quad (2)$$

$$\vec{M}_j = \frac{\vec{P}_j}{12r_{c_z}} \times (9r_{c_z}\vec{r}_c + r_{0_z}\vec{r}_0 + r_{1_z}\vec{r}_1 + r_{2_z}\vec{r}_2) \quad (3)$$

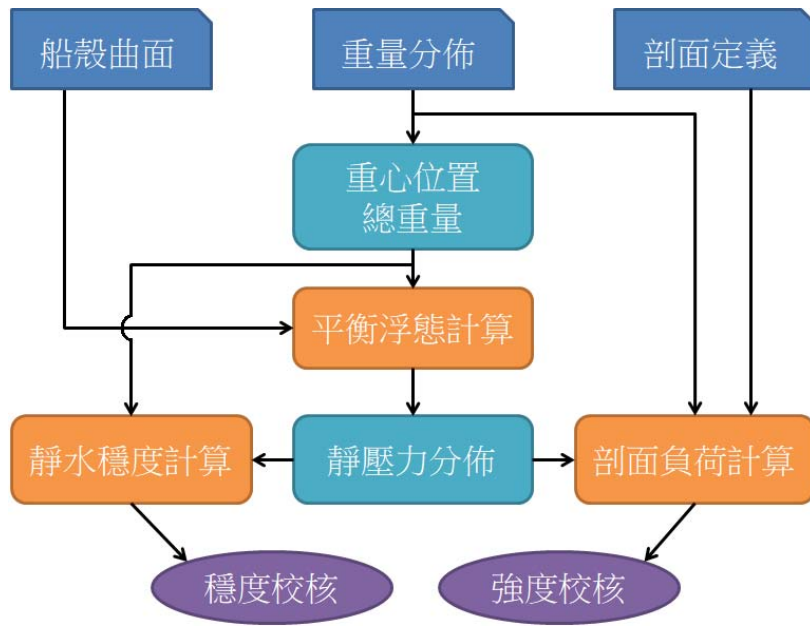


圖 1 靜水性能計算架構

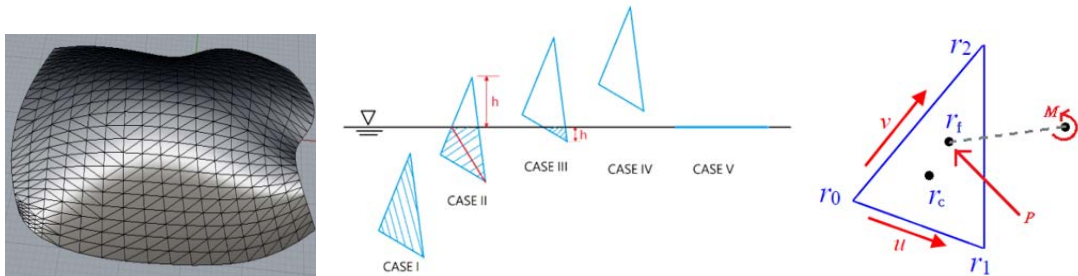


圖 2 曲面三角形化(左)及其靜壓力模型(中、右)

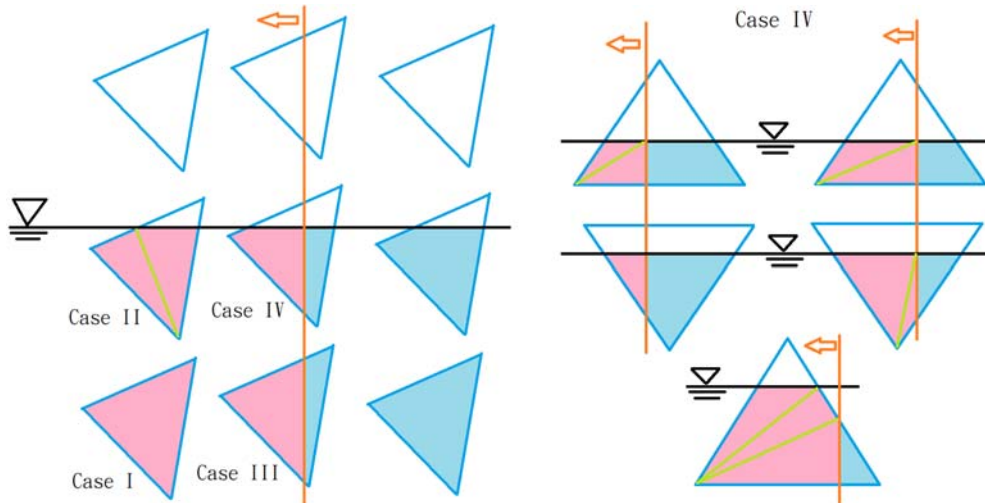


圖 3 三角形與水線和剖面切割關係

## 2, 剖面與重量分佈模型

前述剖面可為任意垂直切向，但於船舶結構分析常限定於橫剖面與縱剖面兩個方向，如圖 4 所示。橫剖面為不同縱向位置之 YZ 切面，法向朝+X；縱剖面為不同橫向位置之 XZ 切面，法向朝+Y。每個剖面指定其面上某座標，為其中性軸位置，亦即靜水壓和重量計算力矩之旋轉中心。對於橫剖面來說，負荷方向 ( $F_x, F_y, F_z$ ) 分別表示壓縮力、橫向剪切力、垂向剪切力；( $M_x, M_y, M_z$ ) 表示扭轉、垂向彎矩、以及橫向彎矩。對於縱剖面來說，負荷方向 ( $F_x, F_y, F_z$ ) 分別表示縱向剪切力 (Rake Force)、單體分離力 (Split Force)、垂向剪切力；( $M_x, M_y, M_z$ ) 表示橫向彎矩、扭轉 (Pitch Connecting Moment)、以及縱向彎矩 [6]。

由於船體結構佈置通常依循縱向材及橫向材架構，故其重量分佈大致上依循此架構，如圖 4 所示。本方法之重量分佈模型為長方形面重量，兩邊對齊 X 和 Y 向，其重心高度為  $Z_g$ 。長方形可跨越任意剖面，在剖面積分中計算落於剖面法向側的部分長方形面積比例，等比例分配至剖面。於長方形中指定重心位置  $X_g$  和  $Y_g$ ；若非位於長方形形心，即不均勻密度，則採用比例常數密度分佈法將法向側的部分重量和重心算出。另外，長方形的橫向/縱向跨距 (邊長) 如果設定為零，則簡化為 X/Y 方向的線重量或點重量。

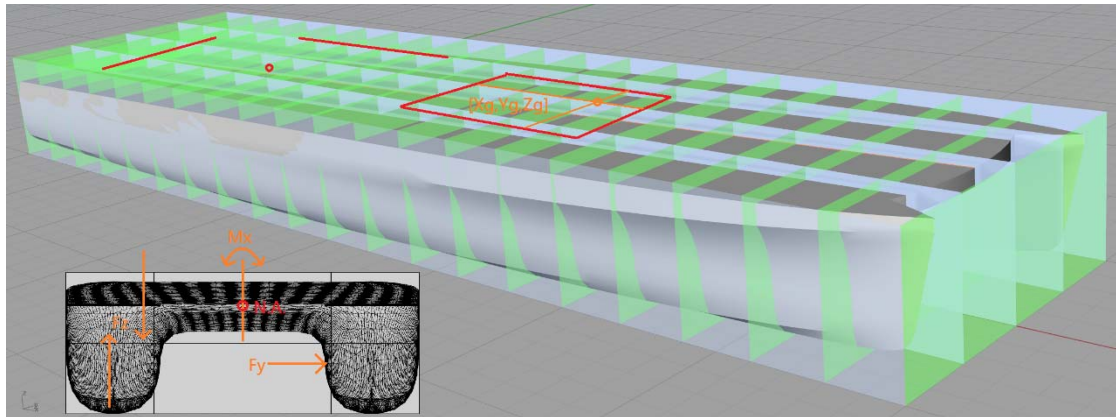


圖 4 剖面定義以及重量分佈模型

## 計算範例

依循前述方法，本節以三個計算範例演示成果，分別為：箱型船、油輪、以及高速雙體船。箱型船因縱向浮力分佈存在閉式解，搭配重量分佈可算得各橫剖面負荷解析解；是故選為驗證本方法的參考船型。對於一般單體船型則選用油輪，配合設計條件之重量分佈，使用商業軟體進行橫剖面負荷數值解驗證。第三為彰顯本方法之通用性，另選用雙體船型和兩舷不均勻裝載條件，計算其橫剖面及縱剖面負荷。三船之主要尺寸和採用之離散網格數量如下表 1。

表 1 船型主要尺寸和數值離散

船型	箱型船	油輪	雙胴體船
垂標間距 (m)	10.0	174.0	40.0
模寬 (m)	5.0	32.25	10.0
模深 (m)	4.0	17.0	3.7
設計吃水 (m)	1.95	11.0	1.33
排水量 (MT)	100	40000	163
節點數/網格數	8 / 12	21665 / 43326	3495 / 6986

### 1, 箱型船

其形狀為長方體，由六個長方形所構成，是最簡單的浮體外型。每個長方形劃分為兩個三角形，共 12 個網格，法線方向朝外。箱型船於平浮狀態時其浮心位於舳處和吃水深一半之垂向位置，其浮力縱向分佈為定值。剖面定義為沿船長方向每 0.5 公尺切橫剖面，共 21 個剖面，中性軸皆位於中線上和模深一半之垂向位置。重量分佈設定有二：於縱向 0 至 10 米均勻分佈，重心位於舳處，總重為 100 噸，即每米 10 噸；圖表中以 [0-10] 表示。另一設定為：於縱向 2 至 8 米均勻分佈，重心和總重同前，每米 16.667 噸；圖表中以 [2-8] 表示。

箱型船於 [0-10] 重量分佈下，其重量曲線和浮力曲線皆為定值，且兩者量值相同，方向相反，故於下圖 5 (左) 顯示為兩條水平線，以累加量值來看為兩條重合之斜線。圖 5 (右) 顯示每個剖面受到之垂向剪切因重力和浮力分佈一致，其值為零。既然垂向力平衡，不引起垂向彎矩，但  $M_y$  為一非零定值，此為船艙垂直面之靜水壓造成之縱向力，施力點與中性軸不同高度，因而產生垂向彎矩。

於 [2-8] 重量分佈下，因重心位置仍於舳處，平浮狀態使浮力曲線維持定值，其重量曲線為階梯函數，如圖 5 (左) 所示，累加重量分佈則形成斜率較陡之斜線。故於每一縱向位置之累加浮力和累加重力不一致，造成垂向剪切。圖 5 (右) 顯示  $F_z$  最大值位於 2 米和 8 米處，符合理論值；船艙回歸至零，保證皆為自由端。垂向剪切力造成彎矩，直線  $F_z$  積分後為二次式  $M_y$ ，惟下移一定值，如前段縱向力造成。由於僅由船艙之垂直面構成縱向力，而這兩個垂直面又與剖面完全重合，故於計算船艙剖面負荷時忽略同一平面上之力量。

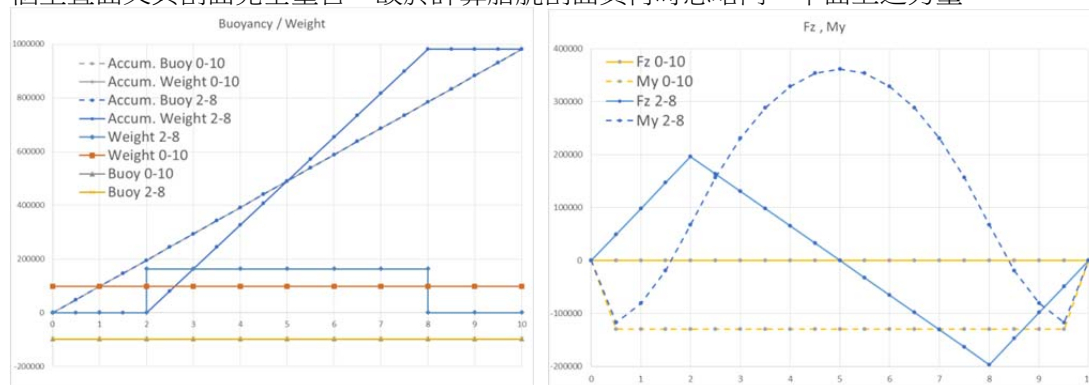


圖 5 箱型船之重量/浮力曲線 (左) 以及剖面負荷 (右)

### 2, 油輪

船長 174 米，排水量 40,000MT 油輪船型，船殼曲面離散為四萬餘個三角形，法線方向朝外(水)，如圖 6。剖面定義為沿船長方向每 5 公尺切橫剖面，共 36 個剖面，中性軸位於中線上和模深約一半之垂向位置。重量分佈設定如下表 2，共 13 個於  $X_1$  和  $X_2$  之間之重量塊，其重心位置  $X_g$  和  $Z_g$ ；故可算出縱向和垂向總重心位置 LCG 和 VCG。LCG 位於舳前，故其非為平浮狀態，需於計算負荷前先算得其平衡姿態：船俯 0.15 度，舳吃水 11.66 米。

為驗證計算正確，本研究使用商業軟體 BV HydroStar (以下簡稱 HS) 進行相同重量條件的分析。圖 7 為計算結果，實線為 HS，虛線 (CR) 為本計算。累加之浮力與重力曲線，實線和虛線幾乎重合，顯示計算正確。圖 7 (右) 比較剖面之壓縮力 ( $F_x$ )、垂向剪切力 ( $F_z$ )、與垂向彎矩 ( $M_y$ )。最大剪切力發生於縱向 45 米 140 米位置，符合 1/4 與 3/4 之常態；最大彎矩

發生於舢處，計算結果顯示位於 100 米。HS 與 CR 結果相近，成功驗證本方法。壓縮力則因平行舢體之故，於舢段維持一定值。

表 2 油輪重量分佈

# No	Description	W(t)	X1	X2	Xg	Zg
1	COT1	3416.7	146.6	162.8	153.4	10.5
2	COT2	6158.1	127.7	146.6	136.7	7.0
...	...	...	...	...	...	...
12	Fresh Water	319.2	2.4	8.0	5.3	15.8
13	Light Ship	10900	0.0	174.0	73.9	12.4
##	Total	50906.8	-	-	91.8	10.5

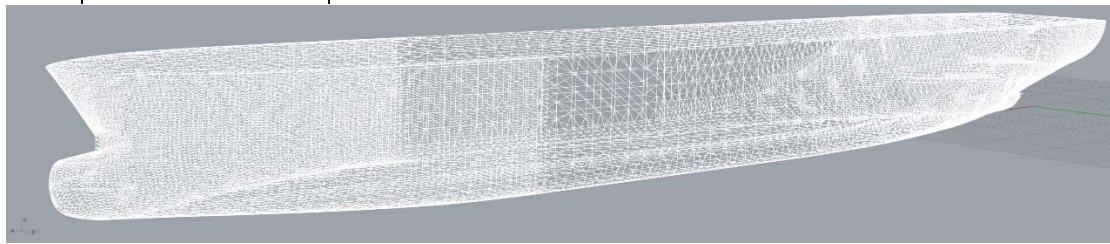


圖 6 油輪船殼曲面三角化網格

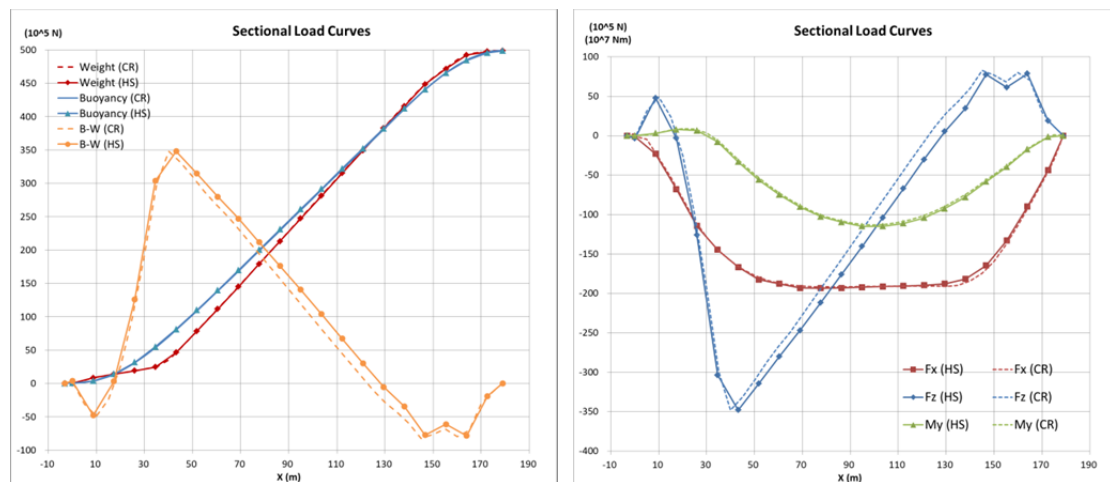


圖 7 油輪之重量/浮力曲線(左)以及剖面負荷(右)

### 3, 雙洞體船

船長 40 米，全寬 10 米之雙洞體船型，船殼曲面離散為近七千個三角形，法線方向朝外(水)，如圖 4。剖面定義為沿船長方向每 1 公尺切橫剖面，沿船寬方向切 11 個縱剖面，共 52 個剖面；橫剖面之中性軸於中線上和橫跨甲板下緣之垂向位置(2.3 米)，縱剖面之中性軸位於舢處，垂向位置分為二種：縱剖面僅切到橫跨甲板設定為 2.7 米，切到單側船體為 1.78 米。重量分佈設定共 3 個重量塊，如下表 3。船體重量為沿船長方向之線重量，另放置艏部左舷與艉部右舷之對稱位置的面重量塊，以製造剖面扭轉力矩。以下比較僅船體重量分佈與加上對角重塊之剖面負荷。

圖 8 之虛線為僅船體重量，實線為加上對角重塊。橫剖面之垂向剪切力(Fz)、縱向扭轉(Mx)、以及垂向彎矩(My)，最大剪切力於兩向剖面發生於約 1/4 與 3/4 之船長/船寬，應無疑問；橫剖面之扭轉只於配置對角重塊時出現，且位於 X=5 至 35 米處維持定值；彎矩則大幅度受到對角重塊影響，其原因為重塊置於艏艉處，增加縱向重量分佈的不均勻程度。在另一方面，圖 8(右)為縱剖面之垂向剪切力(Fz)、垂向彎矩(Mx)、以及橫向扭轉(My，又稱縱搖連接力矩 Pitch Connecting Moment)。最大垂向彎矩發生於中線剖面，左右舷偶對稱；扭轉於中線則為零(僅船體重)，呈現奇對稱。加上對角重塊後，扭轉極值大幅度增加，顯示左/右和前/後平衡配重對於減輕剖面扭轉負荷有實質效果。所有計算結果之艏艉處皆為零，說明本方法的可信度。

表 3 船型主要尺寸和數值離散

#No	Description	W(t)	X1	X2	Xg	Y1	Y2	Yg	Zg
1	Ship	169.7	0.0	40.0	16.37	-	-	0.0	4.0
2	Fwd/Port	10.0	35.0	40.0	37.5	3.0	3.5	3.25	2.7
3	Aft/Stb	10.0	0.0	5.0	2.5	-3.5	-3.0	-3.25	2.7
##	Total	189.7	-	-	16.75	-	-	0.0	3.86

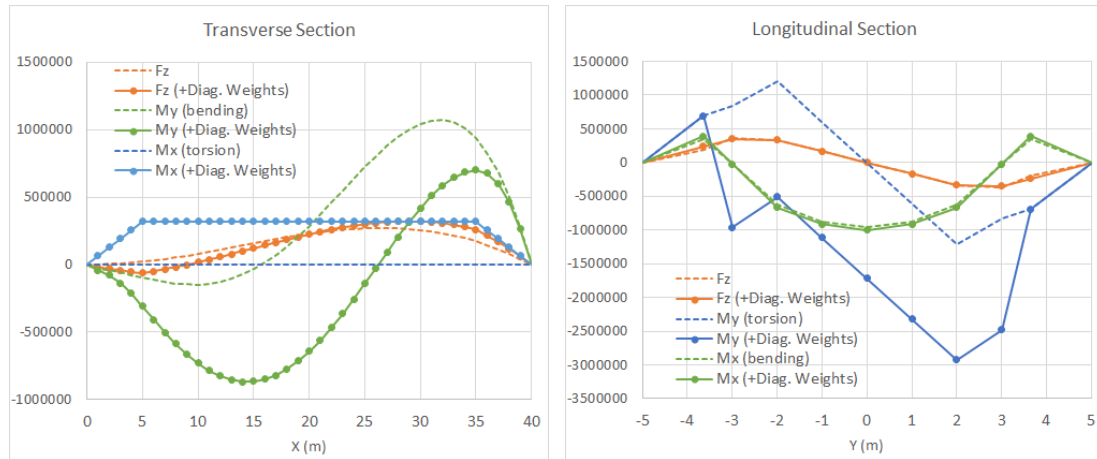


圖 8 雙胴體船之橫剖面負荷(左)和縱剖面負荷(右)

## 結論

本研究提出一個浮體靜水剖面負荷的分析方法，藉由推導三維空間中三角形於靜水狀態之壓力解析解，以及三角形與平面間的切割關係，成功且準確計算橫向與縱向剖面負荷。本研究使用箱形船、單體船、以及雙胴體船對所建立方法進行展示，於給定設計工況下驗證計算結果，確立此方法的正確性。由於數學推導建基於任意空間三角形構成之幾何網格，是故此方法適用於不規則的浮體外型。

## 參考文獻

1. “國際防止船舶污染公約(MARPOL)”，Consolidated Edition (2011)
2. “鋼船建造與入級規範”，CR 中國驗船中心 (2013)
3. Adrian Biran, Ruben Lopez Pulido, “Ship Hydrostatics and Stability”，2nd Edition, Butterworth-Heinemann (2013)
4. Philip J. Davis, Werner Rheinbolt, Philip Rabinowitz, “Methods of Numerical Integration”，Academic Press (1984)
5. Jie Tong, Tsung-Yueh Lin, Min-Mei Shih, Jen-Shiang Kouh, “An alternative method for computing hydrostatic performances of a floating body with arbitrary geometrical configurations”，Ocean Engineering, Vol.160, 15 July 2018, pp.301-310, SCI
6. “Rules for the Construction and Classification of High-speed Craft”，CR 中國驗船中心 (2008)